

**Заключительный этап****10 класс**

**10.1.** Вася написал на страницах 18-листовой тетради натуральные числа. На каждой странице он написал не менее 10 различных чисел, а на каждых из трёх подряд идущих страниц не более 20 различных чисел. Какое наибольшее количество различных чисел Вася мог написать на страницах тетради?

**10.2.** Для каких натуральных чисел  $n$  найдется такое натуральное  $k$ , что число  $2k^2 + k + 2018$  делится на  $n!$  (как обычно,  $n!$  обозначает произведение всех натуральных чисел, не превосходящих  $n$ , например,  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$ )?

**10.3.** Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3y + 5 = 2\sqrt{2z + 5}, \\ 2y^2 + 3z + 5 = 2\sqrt{2x + 5}, \\ 2z^2 + 3x + 5 = 2\sqrt{2y + 5}. \end{cases}$$

**10.4.** Пусть  $h$  — длина наибольшей высоты в треугольнике,  $R$  — радиус описанной окружности,  $m_a$ ,  $m_b$  и  $m_c$  — длины медиан треугольника. Докажите неравенство  $m_a + m_b + m_c \leq 3R + h$ .

**10.5.** Несколько человек сыграли однокруговой турнир по настольному теннису. По окончании турнира оказалось, что для любых четырех участников найдутся двое, набравшие поровну очков в играх между этими четырьмя участниками. Какое наибольшее количество теннисистов могло принимать участие в этом турнире? В настольном теннисе не бывает ничьих, за победу дается одно очко, за поражение — ноль очков.