

1. (3 балла) Числа  $a, b, c$  удовлетворяют условиям  $a < 0 < b < c$ . Какие из следующих неравенств

$$1) a^4 < b^4, \quad 2) a + b < c, \quad 3) a - c < b - c, \quad 4) ac < bc, \quad 5) ab < ac, \quad 6) |b| \neq |a - c|$$

при данных условиях обязательно выполняются? Перечислите их номера в порядке возрастания без запятых и пробелов.

2. (5 баллов) При делении чисел 312837 и 310650 на некоторое трехзначное натуральное число получились одинаковые остатки. Найдите этот остаток.

3. (7 баллов) В четырехугольнике  $ABCD$  известно, что

$$AB = \sqrt{7}, \quad BC = \sqrt{28}, \quad CD = \sqrt{21}, \quad \angle ABC = 120^\circ, \quad \angle BCD = 90^\circ.$$

Найдите длину стороны  $AD$ .

4. (10 баллов) На лотерею каждую неделю разыгрывают 6 номеров из 36. Какова вероятность того, что на этой неделе выпадет хотя бы один номер такой же, как в прошлую неделю? Результат округлите до тысячных.

5. (10 баллов) Сколько способов замостить прямоугольник  $2 \times 12$  неперекающимися доминошками  $1 \times 2$ ?

6. (10 баллов) Площадь сектора круга равна 100. При каком значении радиуса круга периметр этого сектора будет минимальным? Если ответ не целое число, то округлите до десятых.

7. (12 баллов) Решите систему уравнений. В ответ напишите наибольшее значение  $y$ .

$$\begin{cases} 3x^2 - xy = 1, \\ 9xy + y^2 = 22. \end{cases}$$

8. (13 баллов) На координатной плоскости закрашены все точки, координаты которых удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} |2x + 3y| + |3x - 2y| \leq 13, \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 \leq 0. \end{cases}$$

Найдите площадь получившейся фигуры.

*Следующие две задачи решите с обоснованием ответа.*

9. (15 баллов) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$x^3 - 7x^2 + (a^2 - 10a + 27)x - a^2 + 10a - 21 = 0$$

имеет два различных положительных корня.

10. (15 баллов) У тетраэдра все грани равные треугольники со сторонами 8, 9 и 10. Можно ли такой тетраэдр упаковать в коробку с внутренними размерами  $5 \times 8 \times 8$ ?

**1. (4 балла)** Числа  $a, b, c$  удовлетворяют условиям  $a < 0 < b, c < 0$ . Какие из следующих неравенств

$$1) a^4 < b^4, \quad 2) a + c < b, \quad 3) a - c < b - c, \quad 4) ac > bc, \quad 5) ab > ac, \quad 6) |a/c| \neq |b/c|$$

при данных условиях обязательно выполняются? Перечислите их номера в порядке возрастания без запятых и пробелов.

**2. (6 баллов)** Известно, что ни одна цифра трехзначного числа не равна нулю и сумма всевозможных двузначных чисел, составленных из цифр этого числа, равна этому числу. Найдите наибольшее такое трехзначное число.

**3. (8 баллов)** В окружности проведены хорды  $AB$  и  $AC$ , причем  $AB = 2, AC = 1, \angle CAB = 120^\circ$ . Найти длину той хорды окружности, которая делит угол  $CAB$  пополам.

**4. (10 баллов)** Квадрат разбит на 2016 треугольников, причем вершины никакого треугольника не лежат на сторонах или внутри другого треугольника. Стороны квадрата являются сторонами некоторых треугольников разбиения. Сколько всего точек, являющихся вершинами треугольников, находится внутри квадрата?

**5. (10 баллов)** Антон, Борис, Вадим, Гена, Дима и Егор собрались в кинотеатр. Они купили 6 мест подряд в одном ряду. Антон и Борис хотят сидеть рядом, а Вадим и Гена — не хотят. Сколькими способами ребята могут сесть на свои места с учетом этих желаний?

**6. (10 баллов)** У ромба  $ABCD$  угол  $B$  равен  $40^\circ$ .  $E$  — середина стороны  $BC$ .  $F$  — основание перпендикуляра, опущенного из точки  $A$  к прямой  $DE$ . Найдите угол  $DFC$ .

**7. (10 баллов)** Решите систему уравнений. В ответ напишите наибольшее значение  $y$ .

$$\begin{cases} x^2 + 3xy - y^2 = 27, \\ 3x^2 - xy + y^2 = 27. \end{cases}$$

**8. (12 баллов)** На координатной плоскости закрасены все точки, координаты которых удовлетворяют условию

$$||x| - 2| + |y - 3| \leq 3.$$

Найдите площадь получившейся фигуры.

*Следующие две задачи решите с обоснованием ответа.*

**9. (15 баллов)** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sin(\sqrt{a^2 - x^2 - 2x - 1}) = 0,5$$

имеет ровно семь различных решений.

**10. (15 баллов)** Пусть  $S(n)$  означает сумму цифр натурального числа  $n$ . Докажите, что существует бесконечное множество натуральных чисел  $n$ , не заканчивающихся на 0, таких, что  $S(n^2) = S(n)$ .

## 9 КЛАСС.

1. (5 баллов) Числа  $a, b, c$  удовлетворяют условиям  $a < b < 0$ ,  $c > 0$ . Какие из следующих неравенств

1)  $a^6 > b^6$ , 2)  $a + c > b$ , 3)  $a - c < b - c$ , 4)  $ac > bc$ , 5)  $ab > ac$ , 6)  $|a + c| \neq |b - c|$

при данных условиях обязательно выполняются? Перечислите их номера в порядке возрастания без запятых и пробелов.

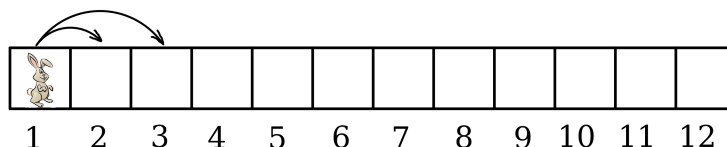
2. (5 баллов) Найдите остаток при делении  $20^{16} + 201^6$  на 9.

3. (7 баллов) Вычислите сумму

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 2015 \cdot 2016$$

4. (10 баллов) Если из натурального числа  $n$  вычесть сумму его цифр, то получится 2016. Найдите сумму всех таких натуральных  $n$ .

5. (10 баллов) Заяц прыгает в одном направлении по разделенной на клетки полосе. За один прыжок он может сместиться либо на одну, либо на две клетки. Сколькими способами может заяц добраться с 1-й клетки на 12-ю?



6. (10 баллов) В равнобокую трапецию с боковой стороной, равной 18, вписана окружность. Расстояние между точками касания окружности с боковыми сторонами равно 8. Найдите радиус окружности.

7. (11 баллов) Продолжение медианы треугольника  $ABC$ , проведенной из вершины  $A$ , пересекает описанную окружность в точке  $D$ . Найдите  $BC$ , если  $AC = DC = \sqrt{8}$ .

8. (12 баллов) На координатной плоскости закрашены все точки, координаты которых удовлетворяют условию

$$|2x - 2| + |3y - 3| \leq 30.$$

Найдите площадь получившейся фигуры.

Следующие две задачи решите с обоснованием ответа.

9. (15 баллов) Найдите все значения параметра  $a$ , для которых уравнение

$$3x^2 - 4(3a - 2)x + a^2 + 2a = 0$$

имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ , удовлетворяющие условию  $x_1 < a < x_2$ .

10. (15 баллов) Приведите пример ненулевого многочлена с целыми коэффициентами, одним из корней которого является число  $\cos 18^\circ$ .